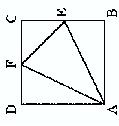


### 1991. évi verseny, 1. nap

1. Számold össze, hány pozitív osztója van 16200-nak!
2. Bontsd fel a 60-at két szám összegére úgy, hogy az egyik szám hetede egyenlő legyen a másik szám nyolcadával!
3. Van három üvegedényünk: egy 11 literes, egy 7 literes és egy 4 literes. Hogyan tudnánk csupán ezek segítségével 1 literet kímerni az első edényt színűlőig megtölölő 11 liter vízből?

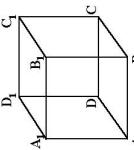
4. Az  $ABCD$  egységgoldalú négyzet két szomszédos oldalának felezőpontja  $E$ , ill.  $F$ . Mekkora az  $AEF$  háromszög területe?



### 1992. évi verseny, 1. nap

1. Hány 1-es számjegy kell az 1-től 1992-ig tartó számok leírásához?
2. Adott egy téglalap, oldalai 6 és 2 egység. Szét lehet-e vágni egyetlen egyenes szakasszal a téglalapot két részre úgy, hogy a részekből olyan derékszögű háromszöget lehessen összerakni, amelynek két oldala 2 és 12?

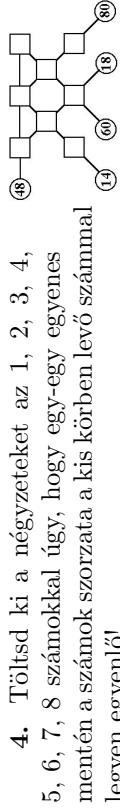
3. Egy óra június 20-án reggel 8 órakor a pontos idő mutatja, ettől kezdve naponta 2,5 percet készik. Június 24-én délelőtt az óra 10 óra 30 percet mutat. Mennyi ekkor a pontos idő?
4. Az  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  kocka  $A, C, B_1, D_1$  csúcsai és az  $A_1, C_1, B, D$  csúcsai is egy-egy tetréder (négylapú test) határoznak meg. Mit tudsz mondani a két tetréder közös részéről? Hány csúcsa, hány éle, hány lapja van ennek a testnek? Milyenek a lapjai?



### 1991. évi verseny, 2. nap

1. Régi matematika könyvben olvastuk: Egy szamár és egy öszvér zsákokkal megrakodva halad az úton. A teher alatt a szamár jaigatni kezdett; az öszvér így szólt hozzá: mit jajgatsz, ha egy zsákok átadsz nekem, akkor kétszer annyi zsákokat cipelnék, mint te! De ha te vennél át tőlem egy zsákat, akkor mindenketten ugyanannyit hordanánk. Hány zsák volt az öszvérén és a szamáron?
2. Milyen számjegyre végeződik 1992<sup>1991</sup>?
3. Rajzolj négyzetet! Írd le, hogyan szerkesztenél kétzer akkora területű négyzetet!

4. Töltsd ki a négyzeteket az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számokkal úgy, hogy egy-egy egyenes mentén a számok szorzata a kis körben levő számmal legyen egyenlő!



### 1992. évi verseny, 2. nap

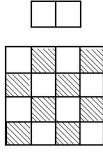
1. Melyek azok a kétjegyű számok, amelyek oszthatók számjegyeik szoroztatával?
2. Az Állami Biztosító — a biztosítótársaságok közti versenyben — azt a célt tűzte ki, hogy az összes rendszámmal rendelkező gépjármű nyolcad részénél felülösségi biztosítását nála kössék meg. Hány gépjármű biztosítását tűzte ki célként az Állami Biztosító? (Egy rendszám három betűből és három számjegyből áll. A betűk helyére összesen 26 betű jöhetsz.)
3. Igaz-e, hogy bármely öt egész szám között van három olyan, amelyek összege osztható 3-mal?

4. Egy adott kockát mindenkor együtt tükörözünk. Az így kapott test (az eredeti kockával együtt) térfogata hányszorosa a kocka térfogatának? És a felülnéme hányszorosa a kocka felülnéme?

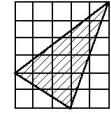
### 1993. évi verseny, 1. nap

- A két unoka életkora a nagymama életkorának két számjegyével egyenlő. Hárman együtt 72 évesek. Hány éves a nagymama?
- Melyik az a tízes számrendszerben felírt legkisebb pozitív egész szám, amelyre igaz, hogy 2-esre végződik, és ha ezt a 2-est a szám végéről áthelyezzük a szám elejére, akkor éppen a szám kétszeresét kapjuk?

- Egy  $4 \times 4$ -es sakktábla valamelyik sötét



- valamelyik vilikágos mezőjére egy-egy bábut helyezünk. Igazz-e, hogy minden ilyen esetben lefektorható a megmaradt 14 mező 7 darab  $1 \times 2$ -es dominóval?
- A kis négyzetek területe 1. Mennyi a bevonalkázott háromszög területe?



### 1993. évi verseny, 2. nap

- Két pozitív egész szám összege 51. Ha a nagyobbikból egy számjegyet törlünk, akkor a kisebbiket kapjuk. Melyik ez a két szám?
- Egy iskolában 12 gyerek megbeszélte, hogy szombaton kirándulni mennek. Érdekes — jegyezte meg egyikük — a 12 gyerek átlagélethora 11 év (minden gyerek életkorát egész számnak vesszi). Végül más elfoglaltság miatt 2 aznos életkorú tanuló nem jött el. A kiiranduló gyerekek átlagélethora így 10,6 év volt. Hány évesek voltak azok, aik nem jöttek el kirándulni?

- Egy gyorsvonat egyik fülkéjében 7-en utaztak. Két gyerek a hosszú úton azzal szórakozott, hogy a fülkében mindenkit megkérdezett, hány embert ismer (régebből) a vele egy filkében utazók közül. Sorra ezeket a válaszokat kapták: 1, 3, 4, 5, 2, 4, 2 (az ismeretség kölcsönös). Rövid gondolkodás után rájöttek, valaki nem mondott igazat.

Hogyan okoskodtak?

- Hány részre bontják a síkok a négyzet oldalegyenesei? Hány részre bontják a teret a kocka lapjainak síkjai?

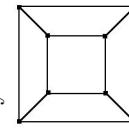
### 1994. évi verseny, 1. nap

- Andris azt mondta Bélának: az én pénzem 3/5-éhez még 70 forintot kell adni, és akkor annyi forintot kapunk, mint ahány van neked. Béla így válaszolt: nekem csak 30 forinttal van több pénzed, mint nekem. Mennyi pénzünk van külön-külön?
- Keresse 7 olyan egymást követő pozitív egész számot, amelyek két csoportba oszthatók úgy, hogy az egyik csoportba tartozó számok összege ugyanannyi, mint a másik csoportba tartozóké!

Van-e hat ilyen tulajdonságú, egymást követő egész szám?

- Egy 3 egység elhosszúságú kockán megjelöljük mindegyik él mindegyik harmadolópontját. Ezután kiválasztjuk a kocka egyik csúcsát és a belőle kiinduló 3 élenek a csúcszhoz közelebbi harmadolópontjain át egy síkot fektetünk, ezzel „levágjuk” a kocka egy „sarkát”. Ezt a vágást sorra, minden egyik kockacsúcsnál elvégezzük.

- Hány csúcsa, hány lapja és hány lapja és hány éle lesz a megmaradt testnek?
- Az ábrán egy „terékképet” látszik. Legkevésebb hány szint kell felhasználni a csúcsok kiszínézéséhez, ha azt akarjuk, hogy az egy élel összekötött csúcsok különböző színűek legyenek? És az élek kiszínézéséhez, ha azt akarjuk, hogy az egy csúcsból induló élek különböző színűek legyenek?



### 1994. évi verseny, 2. nap

- Oldjuk meg a következő rejtényt:

$$\begin{aligned}M + A &= T + E + K, \\M^2 &= T^2 + E^2 + K^2.\end{aligned}$$

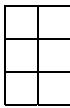
- Azonos betűk azonos, különböző betűk különböző számjegyeket jelölnék.

- Egy iskolai asztalitenisz bajnokságra nyolcan jelentkeztek. A verseny lebonyolítására 5 nap állt rendelkezésre, mindenki mindenkel játszott. A 3. és a 4. nap után megkérdeztek a versenyzőket, ki hány mérkőzést játszott le. A válaszok a következők voltak: 7, 7, 5, 4, 4, 3, 1, illetve 7, 7, 5, 4, 4, 3. Lehetséges ez? Válaszodat indokold meg!
- Az óra és a percmutató déli 12 órákor fedik egymást. Legközelebb hány órakor fogják ismét fedni egymást?

- Keresse olyan pozitív egész számot, amely osztható 3-mal is és 4-gyel is, és 6 különböző pozitív osztója van! Van-e olyan 3-mal is és 4-gyel is osztható pozitív egész szám, aminek 7 különböző osztója van?

### 1995. évi verseny, 1. nap

- 1.** Írjunk be az ábrán látható 6 négyzetbe egy-egy 0-tól különböző számjegyet úgy, hogy a két sorban (barát jobbra) egy-egy pozitív egész szám négyzete álljon, továbbá a három oszlopban is négyzetszámok legyenek!



- 2.** Vágunk szét egy körlemezt 6 egyenessel a lehető legtöbb részre. Hány részt kapunk?

- 3.** Osszuk fel a 45-öt 4 részre úgy, hogy ha az első részhez 2-t adunk, a másodikat 2-vel osztjuk, akkor egyenlő számokat kapunk!

- 4.** Vegyük fel a síkon öt pontot, és ezek mindenegyként kössük össze az összes többivel. Hány egynest kaphatunk így? És ha hat pontot veszünk fel? (Vizsgáld meg az összes lehetőséget!)

### 1996. évi verseny, 1. nap

- 1.** Igaz-e, hogy az a 27 jegyű tízes számrendszerbeli szám, amelynek minden jegye 1, osztható 27-tel?

- 2.** Tervezd meg az összes olyan 6 egybevágó négyzetből álló összefüggő alakzatot (mind a 6 négyzetnek legyen egy másik négyzettel közös oldala), amelyből kockát lehet „összelajtogni”! Egyik például ilyen:

- 3.** Egy kis utca egyik oldalának egyenlő távolságra 10 ház áll. Egy autóbuszmegállót úgy akarnak elhelyezni ezen az oldalon, hogy az egyes házaktól az autóbuszmegállóhoz vezető utak hosszát összeadva a lehető legkisebb legyen az összeg. Hova helyezzék az autóbuszmegállót?

- 4.** Egy  $3 \times 3$ -as négyzetalakú táblázat minden mezőjébe beírjuk az 1 és –1 számok valamelyikét. Ezután összeadjuk a sorokba írt számokat, majd az egyes oszlopokba írt számokat is. Igazoljuk, hogy az így kapott 6 szám között minden van legalább kettő egyenlő!

### 1995. évi verseny, 2. nap

- 1.** Hány olyan négyjegyű szám van, amelynek jegyei között vannak párosak is és páratlan számjegyek is?

- 2.** 27 darab egyforma (egybevágó) kis kockából egy nagy kockát állítunk össze, majd az egyes kis kockákat befestjük a következő módon. Ha a nagy kockában két kis kockának van közös lapja, vagy közös élé vagy közös csúcsa, akkor azok különböző színűek legyenek. Legalább hárny színre van szükségünk a kifestéshez?

- 3.** Adjunk meg kártyára olyan különböző pozitív egész számot, amelyre igaz, hogy bármely kettő szorzata osztható a két szám különbségével. Oldjuk meg a feladatot négy számra is!

- 4.** Írj fel legalább három olyan pozitív egész számot, amelyekre igaz, hogy a négyzetük tízes számrendszerbeli alakjában minden számjegyet úgy, hogy a lehető legmagyobb szám maradjon! (Állítsásdat indokoljad!)

- 5.** Igaz, hogy a négyzetük tízes számrendszerbeli osztható a két szám különbségével. Oldjuk meg a feladatot négy számra is!
- 6.** Egy téglalapot az ábrán látható módon 5 téglalapra bonthatunk úgy, hogy az 5 közül semelyik 2 nem alkot az adott helyzetben egy újabb téglalapot: Bontsunk fel hasonló módon egy téglalapot 6, 7 és 8 téglalapra!

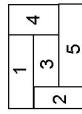
### 1996. évi verseny, 2. nap

- 1.** Hány olyan négyjegyű szám van, amelynek jegyei között vannak párosak is és páratlan számjegyek is?

- 2.** 27 darab egyforma (egybevágó) kis kockából egy nagy kockát állítunk össze, majd az egyes kis kockákat befestjük a következő módon. Ha a nagy kockában két kis kockának van közös lapja, vagy közös élé vagy közös csúcsa, akkor azok különböző színűek legyenek. Legalább hárny színre van szükségünk a kifestéshez?

- 3.** Adjunk meg kártyára olyan különböző pozitív egész számot, amelyre igaz, hogy bármely kettő szorzata osztható a két szám különbségével. Oldjuk meg a feladatot négy számra is!

- 4.** Egy téglalapot az ábrán látható módon 5 téglalapra bonthatunk úgy, hogy az 5 közül semelyik 2 nem alkot az adott helyzetben egy újabb téglalapot:



## 1997. évi verseny, 1. nap

- Írj fel öt pozitív egész számot úgy, hogy a tíz számjegy mindenkét pontosan egyszer használód fel és a számok között szerepeljen a legkisebb szám kétsszerese, háromszorosa, négysszerese és ötszöröse is!
- Mekkora szöget zár be a kocka egy csúcsból kiinduló két lapátlójá?

- Marci összeszámolta azokat a négyjegyű számokat, amelyekben nem szerepel se a 0, se az 1 számjegy. Arra az eredményre jutott, hogy ezek száma több, mint az összes négyjegyű számok fele. Jól számolt-e Marci? Állításodat indokold meg!
- Igaze, hogy 11 112 222 két szomszédos pozitív egész szám szorzata?

- Egy apa most hétszer annyi idős, mint a fia. Tíz év múlva az apa háromszor olyan idős lesz, mint a fia. Hány éves most az apa és a fia?

- Hogyan lehet elosztani 7 egyforma almát 12 gyerek között úgy, hogy mindenki ugyanannyit kapjon, de egyik almát sem szabad tizennél több részre vágni?

- Egy négyzetet egyenesekkel 16 részre akarunk szétvágni. Legálább hányszorosan szükséges ehhez?
- Három letakart dobozban golyók vannak. Az egyikben 2 piros, a másikban 2 zöld, a harmadikban egy piros és egy zöld. Mindgyik doboz tetjére egy cédrulát tettek így: *PP, ZZ, PZ*. Valaki összekeverte a cédrulákat és így most tudjuk, hogy minden doboz tetjén hánis a felírás. Melyik dobozból és legkevesebb hányszorosan kell kivenni és megnézni, hogy minden doboz tartalmát meg tudjuk mondani?

## 1998. évi verseny, 1. nap

- Az Egyesült Államokban például 1998. június 2-át így rövidítik:  $6 \mid 2 \mid 98$ , Angliában pedig így:  $2 \mid 6 \mid 98$ . Ez bizonyos dátumoknál kétértelműséget okoz. Egy évben hárny ilyen nap van, amelynek dátumát kétféleképpen is lehet értelmezni, ha nem tudjuk, hogy melyik országban írták?

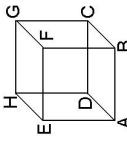
- Egy kocka 6 lapja közül 2-t pirosra, 2-t kékre, 2-t sárgára akarunk festeni. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha az elmozgatással fedésbe vihető kockákat azonosnak tekintjük?
- $\begin{array}{r} \overline{abcd} \\ \overline{dcba} \\ + \overline{xyuv} \\ \hline \overline{12300} \end{array}$
- Az  $a, b, c, d$  betűk egymást követő számjegyeket jelölnek növekvő sorrendben. Ismerjük a következő három négyjegyű szám összegét, ahol  $x, y, u$  és  $v$  ugyancsak az  $a, b, c, d$  számjegyek valamelyen sorrendben. Mennyi az  $\overline{xyuv}$  értéke?
- Egy teremben 30 ember gyűlt össze. Vannak közöttük olyanok, akik ismerik egymást, és olyanok is, aikik nem (az ismeretség kölcsönös). Mutassuk meg, hogy a 30 ember között van 2 olyan, aikiknek a teremben azonos számú ismerőse van!

## 1998. évi verseny, 2. nap

- Hányféleképpen rendezhetők át a VAKÁCIÓ szó betűi úgy, hogy a magánhangzók sorrendje változatlan maradjon?

- A 20-nál nem nagyobb pozitív egész számok közül hányféleképpen választhatunk ki 2-t úgy, hogy az összegük páratlan szám legyen?

- A képen látható kocka elvázat ákarjuk drótból elkészíteni. Minél kevesebb helyen akarunk forrasztani. Legkevesebb hányszorosan kell hozzá? Legalább hányszorosan darab drótra van szükség akkor, ha a kocka élvázával együtt a testátlót (*AG, BH, CE, DF*) is elkészítjük?
- A csillagok helyén álló számjegyek elmosódottak. Határozd meg ezeket a következő osztásban:  $2 * 1 : 13 = *2*$ . (Az osztáskor a maradék nulla!)



**1999. évi verseny, 1. nap**

- 1.** Bence összeadta 1-től 20-ig a pozitív egész számok reciprokát. A kapott törtet egyszerűsítette, és azt állítja, hogy az egyszerűsítés után kapott tört számlálója osztható 5-tel. Igaza van-e?
- 2.** Milyen számjegyeket jelölnek az  $a, b, c$  betűk, ha tudjuk, hogy a tízes számrendszerben felírt  $\overline{abc1}$  és  $\overline{1abc2}$  ötjegyű számok hányadosa megegyezik 21 és 12 hányadosával?

**3.** Andi és Bea a következő járéket játszák. Nyolc színes gyurma golyót, amelyek közül 2 piros, 2 kék, 2 zöld és 2 sárga, felváltva egy kocka csúcsaiba nyomnak. Andi kezd, bármelyik golyót bármelyik csúcsba teheti. Ezután újra Andi jön, melyiket egy még szabad kockacsúcsba teheti. Ezután újra Andi jön, majd Bea mindenkor, amíg van golyó (és így szabad kockacsúcs is). Andi nyer, ha a végen van olyan élé a kockának, amelynek két végén azonos színű golyó van, ellenkező esetben Bea nyer. Ki tud győzni ebben a játékból?

**4.** Egy négyzetrácsos (kockás) papírból kivágunk egy  $5 \times 6$ -os téglalapot. Hány olyan négyzet látható ezen a téglalapon, amelynek oldalaiból a négyzetrács egyenesei alkotják?

**1999. évi verseny, 2. nap**

- 1.** Barnabás a következő rejtvényt adta fel a barátjának: „Gondoljam egy páros pozitív egész számot, kétész vertem, majd hozzáadtam 1-et. Az eredményt újra megkétszereztem, és hozzáadtam 1-et. Ezt még néhányszor megismételtem, és végül 1999-öt kaptam. Melyik számra gondoltam?” Te is állapítsd meg, hogy melyik számra gondolt Barnabás!

**2.** Adott egy kocka. Az egy-egy csúcsba futó élek felezőpontjain átfektetett síkokkal levágjuk a kocka sarkait. Jellezzed az így kapott testet (hány csúcsa, él, lapja van, milyen sokszögek a határoló lapjai)!

**3.** Fel lehet-e osztani az egész számokat 1-től 100-ig négy csoportra úgy, hogy a második csoportban 10-zel több legyen a számok összege, mint az elsőben, a harmadikban is 10-zel több, mint a másodikban, és végül a negyedik csoportban is 10-zel több legyen az összeg, mint a harmadikban?

**4.** Hat különböző számjegyből állíts össze három kétjegyű számot úgy, hogy a három szám szorzata a lehető legnagyobb legyen!

**2000. évi verseny, 1. nap**

- 1.** A következő összeadásban azonos betűk azonos számjegyeket, különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Mit jelentenek az egyes betűk?  $BEEE + B = MUUU$
- 2.** Színezzen ki a 16 pontot két színnel, például pirossal és kékkel úgy, hogy ne legyen olyan téglalap, amelynek mind a 4 csúcsa azonos színű!

○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○

- 3.** Újabban angol mintára gyakran így íjják le például 2000. június 20-át: 00.06.26. A 2000-től 2010-ig tartó 11 év alatt hány olyan dátum van, amelyet ha így írunk le, akkor a hónapot és napot jelző számok szorzatának utolsó két jegye megegyezik az évet jelöli számmal?
- 4.** Egy négyzetet 4 egyenessel hány részre lehet vágni? (Minden egyenes belevág a négyzethez!) Vizsgáljad meg az összes lehetséges esetet!

**2000. évi verseny, 2. nap**

- 1.** Bori és Andi a következő játékot játszik: Bori gondol egy háromjegyű számra, ezt kétszer egymás után leírja egy papíra, majd azt így kapott, hatjegyű számot elosztja 7-tel, az eredményt elosztja 11-gyel, végül az így kapott eredményt elosztja 13-mal. (Az osztás eredménye minden egész szám.) A kapott számot megmondja Andinak. Andi ebből azonnal, számolás nélküli kitalálja a gondolt számot. Magyarázzad meg az okát!

**2.** Kettőn futják végig az 1 km-es távolságot. A lépései  $\frac{1}{10}$ -del rövidebbek, mint  $B$  lépései, de  $A$  egy lépést  $\frac{1}{10}$ -del rövidebb idő alatt tesz meg, mint  $B$ . Ki ér előbb célba, ha egyszerre indulnak?

**3.** El lehet-e helyezni a síkon 6 szakaszt úgy, hogy mindeniknek 3 másik szakasszal legyen közös pontja? És 7 szakaszt el lehet-e helyezni, ugyanígy?

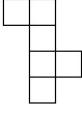
**4.** Van-e olyan tízes számrendszerbeli tízjegyű  $A$  szám, amelyhez ha hozzáadjuk a számjegyi felcserélésével (fordított sorrendben írásával) kapott  $B$  számot, akkor  $A + B$  értéke egy csupa 9-es számjegyből álló tízjegyű szám? Van-e ilyen tulajdonságú 9-jegyű szám?

## 2001. évi verseny, 1. nap

**1.** Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amely egy egész szám harmadik hatványa? (Például  $1331 = 11^3$  ilyen szám.)

**2.** Egy bizonyos hónapban három kedd dátuma is páros szám volt. Hányadikra volt ebben a hónapban az utolsó pénteki nap?

**3.** Egy kocka kiterített hálójára 6 egybevágó négyzetből álló összefüggő alakzat, amiből kockát lehet hajtogni. Ebből például lehet kockát hajtogni:



ebből pedig nem:



Rajzolj minél több olyan alakzatot, amelyek egy kocka kiterített hálói lehetnek.

**4.** A következő szorzásban bizonyos számjegyek helyett  $x$ -et írtunk. Mi volt az eredeti szorzás?

A megfejtéshez annyit elárulunk, hogy az ismeretlen számjegyek között nem szerepel 7. Természetesen az  $x$ -ek helyére különböző számjegyek is kerülhetnek.  
Írj indoklást is!

$$\begin{array}{r} \underline{2}xx \cdot 3xx \\ xx3 \\ x4x \\ \hline 5xx \\ xxx \\ \end{array}$$

## 2001. évi verseny, 2. nap

**1.** Ha egy egész szám harmadát elosztjuk ugyanannak a számnak a 17-ed részével (mindkettő szintén egész szám), akkor a maradék 100 lesz. Melyik egész számról van szó?

**2.** Egy végzős iskolai osztályban minden tanuló megájándékozza minden osztálytársát a saját fényképével. Összesen 992 fénykép cserélt gazzát. Hányan jártak az osztályba?

**3.** Van 10 darab egybevágó (egyforma) papírkockánk. Lehet-e ezekből olyan összefüggő testet építeni, amelynek teljes felülete egy kockalap területének 25-szöröse? (Nem kell minden kockát felhasználni, és két kockát csak egy-egy teljes lapjával lehet összeragasztani.)

**4.** Melyik az a legkisebb, 1-nél nagyobb egész szám, amely 2-vel, 3-mal, 5-tel, 7-tel és 11-gyel osztva is 1 maradékot ad?